UNIVERSITE PAUL SABATIER

TOULOUSE III

L3 Parcours Physique et Application à l'Energie
EL5PPAB1

Année
2011/2012

TD 3 – EQUATIONS DIFFERENTIELLES

I – Résoudre l'équation différentielle : $\frac{d^2y}{dx^2} + c^2 y = \sin x$;

Dans le cas particulier où $c = 1$, donner l'allure du graphe de la solution particulière la plus simple de l'équation.

II – On considère l'équation différentielle $a^2 \frac{d^2X}{dx^2} + b\frac{dX}{dx} - \lambda X = 0$ avec $X = X(x)$ et a et b sont des constantes positives et λ un paramètre réel. Montrer qu'il existe une infinité de solutions $X_0(x)$, $X_1(x)$, …$X_n(x)$… définies à un facteur multiplicatif près, et qui satisfont aux conditions aux limites $X(0) = 0$ et $(dX / dx)_{x = 1} = 0$ $(1 > 0)$ et qui correspondent à des valeurs du paramètre $\lambda_0 > \lambda_1 > \ldots > \lambda_n \ldots$

Indication : On posera $\Delta = b^2 + 4\lambda a^2$, $k = 2a^2 / (bl) > 0$ ainsi que $\Delta / (4a^4) = -(\omega / l)^2$ si $\Delta < 0$ et $\Delta / (4a^4) = (\Omega / l)^2$ si $\Delta > 0$ (ω et $\Omega > 0$), et on exprimera $X_n(x)$ en fonction de ω_n.

III – Intégrer les équations différentielles :

1. $(1 + x^2)y'(x) - xy(x) = 1$,
2. $xy'(x) - y(x) = 2x$,
3. $y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = \sin x$,
4. $y''(x) + y(x) = \frac{1}{\cos x}$.